OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2015

CLASA a VII-a
Bareme

Subiectul 1.

a.	$\frac{2+4+6+...+2k}{1+3+5+...+(2k-1)}=\frac{2\cdot\frac{k(k+1)}{2}}{k^2}=\frac{k+1}{k}$ k şi $k+1$ sunt consecutive, deci prime între ele. Fracţia este ireductibilă	**3p**
b.	$\sqrt{\frac{2}{1}\cdot\frac{2+4}{1+3}\cdot\frac{2+4+6}{1+3+5}\cdot...\cdot\frac{2+4+6+...+2016}{1+3+5+...+2015}}=\sqrt{\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot...\cdot\frac{1014}{1013}}=$ $=\sqrt{1014}$ număr ireductibil (demonstrarea faptului că 1014 nu este p.p.)	**3p** **1p**

Subiectul 2.

a.	$0<a<b \;/\cdot(a>0)\Rightarrow 0<a^2<ab\Rightarrow 0<a<\sqrt{ab}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{ab}}<\frac{1}{a}$ $0<a<b \;/\cdot(b>0)\Rightarrow 0<ab<b^2\Rightarrow 0<\sqrt{ab}<b\Rightarrow\frac{1}{b}<\frac{1}{\sqrt{ab}}$	**3p**
b.	Aplicam relaţia de la punctul a. : $\frac{1}{3}<\frac{1}{\sqrt{2\cdot3}}<\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}<\frac{1}{\sqrt{3\cdot5}}<\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}<\frac{1}{\sqrt{5\cdot7}}<\frac{1}{5}$ Adunând inegalităţile obţinem: $\frac{2}{3}<\frac{71}{105}<\left(\sqrt{6}\right)^{-1}+\left(\sqrt{15}\right)^{-1}+\left(\sqrt{35}\right)^{-1}<\frac{31}{30}<\frac{16}{15}$	**4p**

Subiectul 3.

a.	QA mediană, iar B este situat la 2/3 de vârf, deci B este centrul de greutate al triunghiului QDM DP este deci mediană, P mijlocul MQ AP linie mijlocie în triunghiul MQD $\Rightarrow$AP$\|\|$QD, trapez	**3p**
b.	DP mediană în triunghiul MDQ$\Rightarrow$aria triunghiului MDP este 12 cm^2 PA mediană în triunghiul MDP$\Rightarrow$aria triunghiului ADP este 6 cm^2 $DB=\frac{2}{3}DP$ $\Rightarrow$aria triunghiului ABD este $\frac{2}{3}$ din aria triunghiului ADP, deci 4 cm^2 Aria paralelogramului ABCD este 8 cm^2.	**4p**

Subiectul 4.

	Fie D simetricul punctului C faţă de AB (după desfacerea hârtiei) Triunghiurile ACB şi ADB sunt simetrice faţă de AB şi împreună formează conturul spaţiului liber din hârtie.$\Rightarrow$ CA=AD şi CB=BD	**2p**
a.	Spaţiul liber este un triunghi dacă punctele C, A, D sau C, B, D sunt coliniare, deci dacă $CA \perp AB$ sau $CB \perp AB$	**1p**
b.	Se obţine romb dacă CA=CB , adică triunghiul ABC este isoscel (justificare)	**1p**
c.	Se obţine pătrat dacă triunghiul ABC este dreptunghic isoscel (justificare)	**1p**
d.	Patrulaterul ACBD are diagonalele perpendiculare deci nu se poate obţine dreptunghi care să nu fie pătrat	**1p**
e.	Dacă $AC \parallel BD \Rightarrow \sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle CBA$ deci triunghiul ABC este isoscel şi obţin romb. La fel dacă $BC \parallel AD$, deci nu se poate obţine trapez.	**1p.**